

氏名	濱口 直樹
授与した学位	博士
専攻分野の名称	理学
学位授与番号	博甲第2229号
学位授与の日付	平成13年 3月25日
学位授与の要件	自然科学研究科システム科学専攻 (学位規則第4条第1項該当)
学位論文の題目	Generalized derivations and the $\mathcal{D}$ -simplicity (一般化された微分作用素と $\mathcal{D}$ -単純性)
論文審査委員	教授 中島 惇    教授 池畑秀一    教授 石川洋文

#### 学位論文内容の要旨

本論文では、微分作用素をもつ環について、その環の  $\mathcal{D}$ -単純性 ( $\mathcal{D}$ -simplicity) を微分作用素の立場から考察し、さらに環の特徴付けとしても用いられている一般化された微分作用素の性質を研究した。

第1章では、これらの考察のために用いられる基本的な概念について述べた。

第2章では、多項式環が  $d$ -単純となる微分作用素  $d$  について考察した。  $n$  変数多項式環の微分作用素は  $n$  個の多項式により決定される。与えられた微分作用素  $d$  に関して多項式環が  $d$ -単純となるためのこれらの  $n$  個の多項式に関する条件について考察すると共に、2変数多項式環が  $d$ -単純となる微分作用素  $d$  の新たな例を与えた。

第3章では、可換環上の微分作用素による歪多項式環の、ある条件をみたす微分作用素  $d$  の形を決定し、その  $d$ -単純性について考察した。

第4章では2次の歪行列環における Jordan 微分作用素を決定し、この結果を用いて微分作用素ではない Jordan 微分作用素が構成できることを示した。さらに、Jordan 微分作用素に関する不変イデアルの特徴付けを与えた。

第5章では、M. Brešar が定義した一般化された微分作用素全体の集合と、A. Nakajima が導入した一般化された微分作用素全体の集合の対応について考察した。これら2つの一般化された微分作用素全体の集合は、例えば作用する環が単位元をもつ場合には、1対1に対応するが、環が単位元をもたない場合はこれは一般には成り立たない。この章では、これらの集合が加群として同型になるための必要十分条件を与え、さらに、環が単位元をもたない場合、単位元をもつ環に拡張されるための必要十分条件を与えた。また、これらの結果を、一般化された Jordan 微分作用素の場合に拡張した。

## 論文審査結果の要旨

本論文は単位元を持たない環における Brešar の微分と一般化された微分、ジョルダン微分の構成及び  $D$  単純性に関する問題の研究である。

Brešar はノルム代数における微分の研究において微分と類似な作用素を導入した。これは高次微分作用素として Rieboim によってそのホモロジー代数的性質が考察されていたものであるが、作用素自身の性質は見過ごされていた。この Brešar の微分について Hvala によって Posner の定理が成り立つことが示された。Brešar の微分と一般化された微分は環が単位元を持つ場合には同一のもので、一般化された微分の方が取り扱いが容易であることが知られている。

この論文では、はじめに Brešar の微分と一般化された微分が、一致する条件を求め、それらの結果が一般化されたジョルダン微分においても成立することを示した。ジョルダン微分は単位元を持つ 2-torsion のない環  $R$  上の行列環  $M_n(R)$ , 及び 2-torsion のない半素環では微分になることが証明されているが、ジョルダン微分の具体例はほとんど知られていない。これに関して、論文では 2 次の歪行列環  $M_2(R, \sigma, q)$  におけるジョルダン微分を決定しそれを用いて、2-torsion についての仮定なしに  $M_2(R, \sigma, q)$  のジョルダン微分と  $R$  の微分との関係を求め、2-torsion がある場合には行列環  $M_2(R)$  のジョルダン微分が  $R$  の微分から構成する方法を与えた。さらに  $D$ -単純性に関して 2 変数多項式環  $k[X, Y]$  における単純微分の構成とある条件の下で歪多項式環における微分を決定し、Cozzen の結果を拡張した。

これらの結果は学術上寄与するところが少なくない。よって本論文は博士の学位論文に値するものと認める。