子どものたし算における加数と被加数の交換について

平 井 安 久

1．はじめに

Baroody(1985)は子どものinformalな手続きとsophisticated conceptとの不一致の例として，3＋5において5から3だけ数え足しをする子どもが3＋5と5＋3が同じ答えになることまでは考えていないという例をあげている。さらにBaroody(1987)では，加数と被加数の交換をするとき，sameではないにしてもcorrectな答えになると考える子どもがいることが述べられている。

本研究では，小学校1年生の整数の加法計算の問題において，1年生1学期の段階で被加数と加数の順序を入れ換える活動をする子どもの例をいくつかあげて，子どもによってどのような背景が見られるかについて考察することを目的とする。

なおデータとして用いるのは，小学校1年生に対するたし算ストラテジーの調査（註を参照）で得られた結果の一部である。

2．SteffeのCounting Typeおよび今回の分類方法について

今回のたし算ストラテジーの調査ではSteffeら(1988)のCounting Typeやストラテジーに基づいて分類をしているので，関係する用語などについて説明をする。

Steffeらは子どものたし算・ひき算の問題の解法がどのように発達するかについて，Counting Type，統合操作およびストラテジーという3つの面から調べている。このうち子どものCounting TypeとしてSteffeは発達順に，

(1) 感覚的ユニットアイテムを数える
(2) FIGURALなユニットアイテムを数える
(3) MOTORユニットアイテムを数える
(4) VERBALなユニットアイテムを数える
(5) 抽象的ユニットアイテムを数える

の5つをあげた。即ちユニットアイテムとは数えられるものをさし，それは時期が進むにつれて，具体的に知覚可能なものから抽象的なものをさすようになる。さらに，Steffeらは子どものストラテジーとして，以下の4つをあげた。

Ⅰ．数え足しストラテジー
　例えば，9＋6の計算で，9を頭において，残り6を数えること。
II．Addend増加ストラテジー
　例えば，9＋6の計算で，9＋5＝14であるから1大きくして15とすること。
III．Addend減少ストラテジー
　例えば，9＋6の計算で，9＋7＝16であるから1小さくして15とすること。
IV．Compensationストラテジー
　例えば，7＋3の計算で，6＋4が10であるから7＋3＝10であるとすること。

今回の調査での分類はSteffeの分類におおむね従うものである。ただし，Steffeの方法では被加数と加数の両方を具体物あるいは指で数えることなどはストラテジーとして含まれていないので，このようなストラテジーを追加し，さらに何を用いて数えるかということも考慮して以下のように“道具”，“ストラテジー”，“その他の特徴”によって分類をすることにする。

道具

・暗算でおこなう
・指を用いる
・具体物（オハジキ）を用いる

ストラテジー

・全て（被加数と加数の両方）を数えるストラテジー
・数え足し（加数を数え足す）のストラテジー
・数え足し（被加数を数え足す）のストラテジー
・Addend増加ストラテジー
・Addend減少ストラテジー
・10の補数関係を用いるストラテジー（加数分解・被加数分解に当たる）
・その他

その他の特徴

・指の曲げ伸ばし，指パターンの使用
・数詞の発声
・その他

3．調査内容

たし算ストラテジーの調査の内容は以下の通りである。

・加法計算の内容

小学校１年生の加法計算における既習の内容は，

１位数＋１位数　(和は10以下，くり上がりなし・)，
10　　＋１位数　(和は20以下，くり上がりなし・)，
２位数＋１位数　(和は10以上20未満，くり上がりなし・)
１位数＋１位数　(和は10以上18以下，くり上がりあり・)

の範囲の知識をいう。ここでの知識とは20までの数詞，加法と等号などの用法・記号を指す。これに従って表１のような調査問題を作成した。問題内容およびその属性，提示順序，条件は以下の通りである。ただし，属性の内"＜","＝","＞"は被加数と加数の大小関係，を表し，" s "は４以下の数を含むもの，" 9 "は９を含むものをそれぞれさす。

・調査方法

個別のインタビュー方式でおこなった。インタビューは１問づつカードに書いたものをインタビューアが子どもに提示し，(ア)具体物（オハジキ）を用いる，(イ)指で数える，(ウ)暗算で計算するのどれかで解答するように言い，計算結果を答えさせてから，その計算方法を尋ねるという形でおこなった。

・調査対象と時期

調査対象の全児童のうち今回報告するのは，岡山市内Ｈ小学校の１年生18名である。調査時期は全部で３回にわたり，第１回は平成３年６月下旬であった。したがって表１の20問のうち子どもたちにとってformalに既習の状態であるのはＡ群の問だけであった。

表1.

問	属性	提示順序	条件
A群：くりあがりのないもの			
2＋5	＜s	4	
2＋8	＜s	2	
3＋6	＜s	1	
7＋3	＞s	5	
B群：くりあがりのあるもの			
4＋7	＜s	3	
4＋9	＜s 9	9	
5＋8	＜	14	
6＋6	＝	6	
7＋5	＞	7	
7＋7	＝	13	
7＋8	＜	11	8＋8より後に提示する
8＋6	＞	19	
8＋8	＝	8	
9＋7	＞ 9	15	
9＋6	＞ 9	17	9＋7より後に提示する
9＋9	＝ 9	20	
C群：くりあがりのないもの。ただし一方は10以上のもの。			
3＋10	＜s	12	
4＋12	＜s	16	
10＋7	＞	18	
11＋6	＞	10	

4．結果と考察

4．1　子どもたちの分類

用いた道具（暗算，指，具体物（オハジキ））によって18名の子どもたちを分類すると，それぞれの人数は以下のようになった。

全問を既知の結果として知っているもの　…1名
多くを暗算で解いたもの　…4名
多くを指を用いて解いたもの　…5名
多くを具体物（オハジキ）を用いて解いたもの　…7名
多くが解けなかったもの　…1名

このうち，多くを暗算で解いた子どもWI，多くを指を用いて解いた子どもKI，多くを具体物（オハジキ）を用いて解いた子どもIHを例として取り上げて分析を試みる。

表2は3名の子どもについて問題ごとに同定されたストラテジーなどを示したものである。各問の配列は上から”被加数＞加数”，”被加数＜加数”，”被加数＝加数”の群の順で，それぞれの群の中では和が小さい方を上にしてある。したがってインタビューで提示された順序とは異なる。表での分類に用いた略号などの意味は以下の通りである。

道＝用いた道具

ア＝暗算，指＝指，具＝具体物（オハジキ），

×＝明確な道具の使用が見られなかったもの

なお，既知の結果として答えた場合は道具の欄に－を入れた

表2．3名の子どもの見せたストラテジーなど

		WI	KI	IH
問	属性	道，ス，他	道，ス，他	道，ス，他
7＋3	＞s	ア，I，	指，I，PF	指，×，
7＋5	＞	ア，I，	指，I，PF	指，全，FF
8＋6	＞	ア，I，	指，I，PF	具，全，並←数←
9＋6	＞9	ア，I，	指，I，PF	具，全，並←数←
9＋7	＞9	ア，I，	指，I，PF	具，全，並→数←
10＋7	＞	ア，I，	指，全，FF	具，全，並←数←
11＋6	＞	ア，I，	指，I，PF	×，×，
2＋5	＜s	ー，既，	指，IB，数←，PF	ー，既，
3＋6	＜s	ア，IB，数←	指，IB，数←，PF	ア，?，
2＋8	＜s	ー，既，	指，IB，数←，PF	ア，?，
4＋7	＜s	ア，?，	指，IB，数←，PF	指，IB，数←，P?
3＋10	＜s	ア，IB，数←	指，全，数←，FF	指，全，数←
4＋9	＜s 9	ア，IB，数←	指，IB，数←，PF	指，IB，数←，PF
5＋8	＜	ア，IB，数←	指，IB，数←，PF	具，全，
7＋8	＜	ア，IB，数←	指，IB，数←，PF	具，全，並←数←
4＋12	＜s	ア，IB，数←	指，全，数←，FF	具，全，
6＋6	＝	ー，既，	指，I，PF	ー，既，
7＋7	＝	ア，I，	指，I，PF	ー，既，
8＋8	＝	ア，I，	指，I，PF	指，全，FF
9＋9	＝9	具，I，	指，全．FF	具，全，
誤答数		0	0	4

ス＝ストラテジー

全＝被加数，加数の両方を数えたもの

I＝数え足し。加数を数え足したもの

IB＝数え足し。被加数を数え足したもの

?＝明確にストラテジーが同定できなかったもの

なお，既知の結果として答えた場合はストラテジーの欄に”既”を入れた

×＝ストラテジーを用いずに終ったもの

他＝その他の特徴

並→＝具体物を用いたときに被加数，加数の順に並べたもの

並←＝具体物を用いたときに加数，被加数の順に並べたもの

数→＝被加数，加数の順に数えたもの，あるいは加数を数え足したもの

数←＝加数，被加数の順に数えたもの，あるいは被加数を数え足したもの

ただし，具体物を加数，被加数の順に並べて数えた場合は，表中では”並→数→”という表記を省略した

P＝は指パターンをつくったもの

F＝は指を順に曲げ伸ばししたもの

下線のあるものは誤答となった問である

4．2　暗算による計算の多い子どもの例

子どもＷＩは２＋５，２＋８，６＋６では既知の計算結果として即座に正答した。９＋９ではオハジキを使用した

子どもＷＩの７＋５に対する反応は以下の通りであった：

ＷＩ：暗算で考えて「12。」その理由として「７をおいて，５のところに５個あるから数える」と言いながら右手の指でカードの数字５の付近に５個のものが置いてあるようなしぐさをした。

ここでは，子どもＷＩはSteffeのいうfiguralなユニットアイテムを数えていると考えられる。子どもＷＩは，その他の”被加数＞加数”の形の問でもすべて同様な数え足し（加数の方を数え足すこと）で解いて正答した。

次に７＋８および追加質問に対する反応は以下の通りであった：

ＷＩ：暗算で考えて「15。」その理由として「８をおいて，こっちにものが７個あるように思って」と言いながら右手の指でカードの数字７の付近に７個のものが置いてあるようなしぐさをした。

インタビューア：「もし７をおいて，こっち［８］にものが８個あると思って数えたらいけない？」

ＷＩ：「それでもいい。」

ここでも，figuralなユニットアイテムを数えている点は上述の７＋５の場合と全く同じであって，被加数の方を数え足したことのみが異なる。子どもＷＩはａ＋ｂとｂ＋ａが同じ値であることを既に知っていると考えられる。子どもＷＩは，その他の”被加数＜加数”の形の問でも多くは同様に，加数と被加数の交換をおこなって数え足しで解いて正答した。

4．3　指による計算の多い子どもの例

子どもＫＩは全ての問で指を用いた。ストラテジーとしては，10＋７，３＋10，４＋12，９＋９では全てを数えるストラテジーを用いたが，残る16個の問では数え足しのストラテジーを用いた。全問で正答となった。

子どもＫＩの４＋７および追加質問に対する反応は以下の通りであった：

ＫＩ：右手の指をひろげ，左手の人差指，中指をのせる［７をつくる］。一旦両手を離す。左手の人差指，中指，薬指，小指の順に曲げて「11。」

インタビューア：７＋４を別のカードに書いて提示する。

ＫＩ：右手の指をひろげ，左手の人差指，中指をのせる［７をつくる］。一旦両手を離す。左手の人差指，中指，薬指，小指の順に曲げて「11。」

［４＋７の場合と全く同じ］

子どもＫＩは７＋４に対しては４＋７の場合と同じ解き方を見せた。ただし，７＋４に対して即座に「同じだから答えは11だ」と答えたわけではない。したがって，少なくとも子どもＫＩは”被加数＜加数”の形の場合は被加数を数え足すとよいという意識はもっていると考えられる。

上のことも含めて，子どもＫＩに見られる加数と被加数の交換についての特徴をあげれ

ば，

・”被加数＜加数”の形の場合は被加数を数え足すが，ａ＋ｂとｂ＋ａが同じ値になることを意識しているかどうかは不明である。

・”被加数＞加数”の形の場合では加数を数え足すストラテジーが集中し，”被加数＜加数”の形の場合では被加数を数え足すストラテジーが集中している。

・全てを数えるストラテジーを用いた場合でも被加数と加数の大きい方から数えはじめている。

したがって，子どもＫＩが加数と被加数を交換するのは，「手間の少ない方法を選んでいる」とは考えられるものの，「加数と被加数の交換によって和の値は変わらないこと」を意識しているかについては不明であると考えられる。

４．４　具体物による計算の多い子どもの例

子どもＩＨは，全体的には暗算，指，オハジキの使用が混在しているが，表２からわかるように，加数と被加数の和が小さければ，暗算または指で解いて，和が大きくなるとオハジキに依存するという傾向が見られる。

子どもＩＨの５＋８および追加質問に対する反応は以下の通りであった：

ＩＨ：左側へオハジキを５個を並べて，右側へオハジキを８個並べる。
　５個のオハジキのかたまりから順に全て数えて「13。」
インタビューア：「８＋５だったら？」
ＩＨ：「してみる」と言って，右側へオハジキを８個並べて，左側へオハジキを５個並べる。８個のかたまりから順に全て数えるが，誤って２個分重複して数えて「15。」
インタビューア：数え直しを促す。
ＩＨ：再び８個のかたまりから順に全て数えて「13。」

さらに子どもＩＨの９＋７および追加質問に対する反応は以下の通りであった（問の提示順序としては９＋７は５＋８の直後であった）：

ＩＨ：「９＋７をやって７＋９をするの？」
インタビューア：「どっちをしてもいいよ。」
ＩＨ：左側へオハジキを９個を並べて，右側へオハジキを７個並べる。
　７個のオハジキのかたまりから順に全て数えながら「１，２，３，…，16。」
　「これ，反対をするの？」と言って，９個のオハジキのかたまりから順に全て数えながら「１，２，３，…，16。また同じになった。」

子どもＩＨは，５＋８に13と答えた後に，インタビューアの言った８＋５に「答えは同じだ」とは言わずに，あらためてオハジキを並べて答えを出そうとした。さらに問８＋５では数え誤りのために答えが15となったが，５＋８の答えと異なっていることに疑問を感じた様子はなかった。このことより，子どもＩＨはまだａ＋ｂとｂ＋ａは同じ答えになるという意識を持っていないと考えることができる。その後の問９＋７では９＋７と７＋９の答えが同じになったことに初めて気づいた様子であることを見ても，同様のことが考えられる。

上のことも含めて，子どもＩＨに見られる加数と被加数の交換についての特徴をあげれば，

・a＋bとb＋aが同じ値になるという意識はない。
・被加数が加数より大きい場合でも，加数と被加数の順序が交換されている。
（8＋6，9＋6，10＋7）
・ストラテジーで見ると，加数と被加数の交換は数え足しのストラテジーにおけるよりも，全て数えるストラテジーでの方が多い。

したがって，子どもＩＨが加数と被加数を交換するのは，「加数と被加数の交換によって和の値は変わらないことを知った上で，手間の少ない方法を選んでいる」とは考えられないことがわかる。

5．まとめ

例にあげた3名の子どもたちはみな加数と被加数の交換をおこなったが，加数と被加数の交換によっても答えは同じであるという認識のもとに交換をする子ども，大きい数から数え足すが交換しても答えは同じであるという認識があるかどうかは不明な子ども，そして交換しても同じ答えになることを知らなかった子どもの3つの例がみられた。つまり子どもによって加数と被加数の交換についての認識には差があるにもかかわらず，表面的には交換をしているように見えるということがわかった。したがって，子どもの加数と被加数を交換する活動を見て，ただちに「可換性の意識が存在する」と解釈することは必ずしも正確ではないことがわかった。

子どもＩＨのように具体物に依存して数えることが多い場合，むしろ他の道による子どもよりも可換性についての認識は容易ではないかとも考えられるが，それについては今後の課題としたい。

註

今回用いるデータは，現在調査中のたし算ストラテジーの調査の結果の一部である。この調査は，小学校1年生の同じ子どもたちに対して年間を通して3回行う計画であるが，以下のような点を調べることを主な目的としている。

・同数の和は他の組合せに先んじて子どもにはどれくらい「既知」であるか。
・被加数と加数の大小関係によるストラテジーの違いや，誤答との関係はどうか。
・4以下の数を含むか否かで，結果にどのように影響するか。

このように，今回の調査は加数と被加数の交換について直接調べるものではないが，本論文の内容に関しては，子どもへのインタビューに際して追加質問などで加数と被加数の交換について子どもの活動を追った結果を資料とした。

参考文献

Baroody, A. (1985) Pitfalls in Equating Informal Arithmetic Procedures with Specific Mathematical Conceptions, JRME, 16 (3), 233-236.

Baroody, J. A. ,Ginsburg, H. P.,and Waxman, B. (1983) Children's Use of Mathematical Structure, JRME, 14 (3), 156-168.

Steffe, L. P. and Cobb, P. (1988) Construction of Arithmetical Meanings and Strategies, Springer.

（平成3年7月15日受理）