子どものたし算ストラテジーについて
—具体物がCOMPOSITEとなるレベルの子どもについて—

平　井　安　久

1．はじめに

本研究では，小学校1年生対象のたし算ストラテジー調査（現在続行中）の結果のうち，具体物がCOMPOSITEになっている子どもについて報告する。

前回までの研究で，筆者（1991）は既習の加法計算を解くことのできる子どもが未習の加法計算（和が10以上18以下であるようなくり上がりのある1位数＋1位数の和）についても解くことが可能であることを調べた。そこでは，調査データをSteffe(1988)のCounting Type（次節で説明）によって分類することで，COMPOSITE UNITが形成されてないために数え足しに失敗する子どもの例を得た。今回の調査では，同一グループの子どもたちに対して年間を通して3回行い，加法計算の問題において，子どもにどのようなレベルのCOMPOSITE UNITが形成されているかを調べ，COMPOSITEのレベルと子どもが用いる道具（具体物，指，暗算）との関連について調べることが目標である。

今回は，第一回目の調査結果で同定された各レベルのCOMPOSITEのうち，具体物を用いた解法を示した子どもに見られるCOMPOSITEについて考えることにする。

2．具体物を用いるたし算のストラテジー

先行研究では，ストラテジーがたし算と引算の両方について論じられるものが多いが，そのうちたし算のストラテジーについていくつかの分類を挙げることにする。

Carpenter（1985）は文章題を子どもが解く際に同定されたストラテジーとして，

(1)　直接モデリングにもとづくストラテジー

(2)　数え足しストラテジー

(3)　既知の結果を用いるストラテジー

の3種類をあげた。このうち具体物を用いるのは(1)である。(1)は具体物または指を用いて被加数と加数の全てを1から数えることである。(2)と(3)は具体物や指によらないものである。(2)は加数を数え足す，あるいは被加数を数え足すストラテジーである。(3)には与えられた加法の計算結果を記憶していてそれを答えるストラテジーと4＋7を計算するのに4＋6＝10という既知の結果を用いて1だけ増やすストラテジーの2つがある。

Bergeron & Herscovics（1990）は，いくつかの先行研究を総合する形で，

(1)　直接モデリング（Direct Modeling)

(2)　Verbal Counting

(3)　Mental Strategies

の3種類とした。このうち具体物の使用に関係するのは(1)および(2)である。(1)は被加数と加数を具体物で数えるストラテジーであるが，以下のバリエーションを含む。

Unary：例えば7＋5に対応する解法では，7個の具体物の集合は動かされずに，5個の具体物の集合が7個の集合へ併合される形で移動させられるもの。

Binary：7個の具体物の集合と5個の具体物の集合はともに動かされて12個の具体物

の集合がつくられるもの。

Stationary：どちらの集合も動かされないで数えられるもの。

そして，具体物の集合の大きさが比較的小さいときにはsubitizing（註1）が用いられる。例えば3＋7の場合，「1」から数えはじめることはせず，「3」から数えはじめることである。そして(2)には，いわゆる数え足しストラテジーが含まれるが，補助として具体物や指が使用される。さらに(3)には上述のCarpenterによる分類の(3)に相当する。

Fuson（1982）は数え足しのストラテジーについて以下のように分類した（以下すべて8＋5の場合）：

(1) 存在するものを数える
(2) 数える動作を何かに対応させる
(3) 数える動作そのものを数える

このうち具体物の使用に関係するのは(1)および(2)である。(1)には2通りある。一つは，5個の具体物を用いて「9，10，11，12，13」と数えること。もう一つは5個のモノを思い浮かべて同様に数えることである。(2)には3通りある。最初は見積りで数え足しをおこなう方法である。次は指を順に曲げ伸ばししていって対応させることである。3番目は音声に対応させて，「9，10，11」「12，13」とsubitizeされた数詞列に区切って唱えることである。(3)には種々のmental countingが相当する。

Steffe & Cobb（1988）は子どものたし算・ひき算の問題の解法がどのように発達するかについて，Counting Type，統合操作およびストラテジーという3つの面から調べている（Counting Typeと統合操作については次節に説明する）。Steffeらのあげるストラテジーは以下の4つであるが，具体物を使用するものは含まれない。

(1) 数え足しストラテジー：例えば，9＋6の計算で，9を頭において，残り6を数えること。
(2) Addend増加ストラテジー：例えば，7＋8の計算で，7＋7＝14であるから1大きくして15とすること。
(3) Addend減少ストラテジー：例えば，7＋8の計算で，8＋8＝16であるから1小さくして15とすること。
(4) Compensationストラテジー：例えば，7＋3の計算で，6＋4＝10であるから7＋3＝10であるとすること。

3．SteffeのCOMPOSITE UNIT

Steffeらは子どもが何を数えるかという視点からユニットアイテムという語を用いて，発達順に次の5つのTypeをあげた。

(1) 感覚的ユニットアイテムを数える

例えば，7個の目に見えるオバジキは全て数えることができるが，7個のうち4個が布の下に隠れると隠れた個数を教えてもらっても全てを数えることができないこと。

(2) FIGURALなユニットアイテムを数える

例えば，オバジキのうち何個かを布の下にかくしても全てを数えることができること。

(3) MOTORユニットアイテムを数える

例えば，布の下に隠れた7個のオハジキを数える際に同じ箇所を7回指でさし示しながら数えることができること。

(4) VERBALなユニットアイテムを数える

例えば，「7＋5はいくつ？」ときかれて，指を使わず数を唱えるだけで数えることができること。

(5) 抽象的ユニットアイテムを数える

例えば，12個のオハジキのうち8個が目に見えるとき，9，10，11，12と数えてから4個隠れていると答えることができること。この場合9から12までのユニットアイテムの個数も同時に数えているので二重の COUNT を行うことが可能になっている。

即ちユニットアイテムとは数えられるものとさし，それは時期が進むにつれて，具体的に知覚可能なものから抽象的なものをさすようになる。また各ユニットアイテムを用いる時期はそれぞれ感覚期，FIGURAL 期，MOTOR 期，VERBAL 期，抽象期とよばれる。

さらに，何個かのユニットアイテムをひとまとまりとして認識することを統合操作（Integration Operation）という。統合操作には発達順に次の4つがある。

(a) 統合操作

統合操作の初期段階である。例えばオハジキ4個の集まりを，数えずに4としてとらえること。あるいは，7＋4を計算するときに指7本を同時に使って指パターンをつくること。

(b) 連続統合操作

被加数と加数の両方に統合操作を適用すること。例えば7＋4を計算するときに，指7本を用いて被加数を表し，4をひとまとまりとしてとらえて数え足しができること。

(c) 進歩した統合操作

何個かのユニットアイテムをまとめて新たに1つのユニットアイテムとみなすこと。例えば１０づつ数えること。

(d) 部分－全体操作

「進歩した統合操作」の結果に統合操作を適用したもの。例えば，被加数，加数，それらの和をそれぞれひとまとまりとしてとらえ，加法の形や減法の形へ変形できること。

以下，ひとまとまりとなったユニットアイテムのことを COMPOSITE とよぶ。つまり統合操作の結果形成されるものが COMPOSITE である。

Steffe らのいう COMPOSITE UNIT を形成する統合操作のレベルはこの後，「進歩した統合操作」の結果として10がいくつあるという数え方ができるようになること，さらに「部分－全体操作」として加法の形と減法の形との変換ができるようになることへと進んでいる。

今回調べようとすることは，この Steffe の統合操作の各レベルの同定ではなく，COMPOSITE のレベルと具体物を用いたストラテジーとの関係を調べることである。したがって，ここで，対応する Steffe の統合操作のレベルは，「10をひとまとめにして数える」以前の段階で，ほぼ「(a)統合操作」の段階である。

4．調査内容

4．1 調査問題

小学校1年生で学習する加法計算の内容にしたがって，以下の問題を作成した。

A群：くりあがりのないもの

2＋5　2＋8　3＋6　7＋3

B群：くりあがりのあるもの

4＋7　4＋9　5＋8　6＋6
7＋5　7＋7　7＋8　8＋6
8＋8　9＋7　9＋6　9＋9

C群：くりあがりのないもの。ただし一方は10以上のもの

3＋10　4＋12　10＋7　11＋6

4．2　調査方法

インタビュー方式でおこなった。インタビューは1問づつカードに書いたものをインタビューアが子どもに提示し，(ア)具体物（オハジキ）を用いる，(イ)指で数える，(ウ)暗算で計算するのどれかで解答するように言い，計算結果を答えさせてから，その計算方法を尋ねるという形でおこなった。

4．3　調査対象と時期

調査対象は岡山市内の小学校（計3校）の1年生90名である。調査時期は全部で3回にわたり，第1回は平成3年6月下旬であった。

5．結果と考察

5．1具体物による解法を示した子どもの例　(1)

子ども022の各問についての解法をストラテジーで分類すると表1の通りである。そのうち，2＋5では以下のように解いた：

左手の親指，人差指，中指，薬指，小指の順に（無言で）曲げる。
右手の人差指，中指の順に（無言で）曲げて「7.」

さらに7＋8では以下のように解いた：

オハジキを1個づつ7個並べながら，「1，2，3，4，5，6，7.」
オバジキを1個づつ8個並べながら，「1，2，3，4，5，6，7，8.」
7個のかたまりの端から1個づつ数えながら「1，2，3，…
（途中略）…15.」

子ども022は上述の2＋5の他に7＋3，3＋6，2＋8，4＋7，6＋6で指を使い，その他の問ではすべて具体物を用いて解いた(表1)。しかも誤答となったのは7＋3，2＋8，4＋7，6＋6の場合である。

子ども022の場合，和が10未満の問では，指を用いて正答することができたが，和が10以上となると，指を用いてもうまくできず，具体物を用いたとき，即ち被加数と加数の両方を数えたとき正答することができた。さらに，指を用いて正答となった2＋5，3＋6では，一旦曲げた指を伸ばす（あるいは伸ばした指を曲げる）行為が見られなかった。したがって，これらの問での指の使用はオハジキ使用と同種のものと考えられる。

5．2　具体物による解法を示した子どもの例　(2)

子ども122の各問についての解法をストラテジーで分類すると，表1の通りである。子ども122は，3＋6，2＋8，7＋3では指を用いて答えたが，残る問はすべてオハジキを並べて解いた。そのうちの9＋7に対する解き方は以下の通りであった：

オハジキを左側に2個ずつ9個並べる。
オハジキを右側に2個ずつ7個並べる。
右手を開いて，左側［9個］のオハジキに触れて，

右側［7個］のオハジキを1個ずつ数えて「16.」

さらに，8＋8では以下のように解いた：

オハジキを左側に1個ずつ8個並べる。
オハジキを右側に1個ずつ8個並べる。
左側［8個］のオハジキを1個ずつ数えて「16.」

上の2つの解き方に共通するのは，子ども122は被加数，加数の個数分だけそれぞれオハジキを並べ，その後は加数の方だけを数えた点である。オハジキを並べて答えを出そうとする他の子どもには，被加数と加数の分だけオハジキを（数えながら）並べておいて，再び端からすべてのオハジキを数えるというやり方が多かった。その点，子ども122の場合，9＋7では，はじめに並べた9個については，再度数えようとはせず，そのまま7個のオハジキの並びを見ながら無言で「10，11，12，13，14，15，16」と数えながら進んだものと考えられる。8＋8の解法も同様であったと考えることができる。子ども122はこの他にも多くの問で解法を見せた。それらの解法を表1では「具，全(I)」と表している。被加数，加数ともにオハジキで一度は数えたのだから「被加数と加数の両方を数えるストラテジー（略号は全)」ではあるが，やや「数え足しストラテジー（略号はⅠ)」に似ているためである。

5．3具体物がCOMPOSITEであるレベルについて

上述の2人の子どもはいずれも多くの問をオハジキを用いて解いたが，両者のオハジキを用いた解法には特徴的な違いが見られる。被加数分と加数分のオハジキを並べる必要があるのは両者に共通するが，それに続いて子ども022が全てのオハジキを数える必要があるのに対して，子ども122の方は加数に対応する方のみ（あるいは被加数に対応する方のみ）を数えれば答えを求めることができるのである。

したがって，子ども122は被加数（また加数）分のオハジキを見て「～個のオハジキがある」と認識することができる，即ち被加数（または加数）分のオハジキがCOMPOSITEになっていると考えることができる。他方，子ども022の場合，そのようなCOMPOSITEがまだできあがっていないと考えられる。そのような違いが両者のストラテジーに微妙な違いを見せたと考えられる。

今回の調査でストラテジー等の同定が終了した34名のうち，オハジキによる解法の多い子どもたちは14名であった。そのうち子ども122のように被加数と加数の両方を数えながら数え足しのようなストラテジーを示した子どもは4名見られた。また子ども022のように被加数と加数の両方のオハジキを並べて1から全て数えた子どもは8名あった。

6．ま と め

Steffeの COMPOSITE の概念を用いて，子どものオハジキを用いた解法を分析することにより，具体物が COMPOSITE となっている子どもとそうでない子どもが存在することがわかった。COMPOSITE の存在の見られない子どもの中にはまだ COMPOSITE が形成されていないものもいると考えられる。第2節であげたいくつかの分類の中では，Fuson の数え足しの分類での「(1)存在するものを数える」という方法が近いように見えるが，この方法は被加数については具体物の使用なしで認識できる状態での方法であるから，今回の子ども122の「具，全(Ⅰ)」というストラテジーよりは一歩レベルの高いものと考え

表１　子ども122と022の示したストラテジー

	122	022
7＋ 3	指，I，PP	指，全，FF
7＋ 5	具，全(Ｉ)	具，全
8＋ 6	具，全(Ｉ)，数←	具，全，V
9＋ 6	具，全(Ｉ)，数←	具，全，V
9＋ 7	具，全(Ｉ)，	具，全，V
10＋ 7	具，全(Ｉ)，数←	具，全，V
11＋ 6	具，全(Ｉ)，数←	具，全，V
2＋ 5	既，？，	指，全，数←FF
3＋ 6	指，全	指，全，FF
2＋ 8	指，？	指，I，PF
4＋ 7	具，全	指，全，FF
3＋10	具，全(Ｉ)，数←	具，全，V
4＋ 9	具，全(Ｉ)	具，全
5＋ 8	具，全，数←	具，全，V
7＋ 8	具，全(Ｉ)，数←	具，全，V
4＋12	具，全(Ｉ)，数←	具，全，V
6＋ 6	具，全(Ｉ)	指，全，FF
7＋ 7	具，全(Ｉ)，	具，全，V
8＋ 8	具，全(Ｉ)	具，全，V
9＋ 9	具，全(Ｉ)(数←)	具，全，V
誤答数	0	4
既	1	
ア		
指	3	6
具	16	14

各子どものデータは，左から順に，用いた道具，ストラテジー，その他の特徴の順に記した。問題は上から，「被加数＞加数」「被加数＜加数」「被加数＝加数」に３分した。略号の意味は以下の通り。

用いた道具：指＝指，具＝具体物（オハジキ）

ストラテジー：全＝被加数と加数の両方を数えたもの

Ｉ＝数え足し，加数を数え足したもの

その他の略号：数←＝加数，被加数の順に数えたもの。あるいは被加数を数え足したもの

Ｐ＝指パターンをつくったもの

Ｆ＝指を順に曲げ伸ばししたもの

Ｖ＝数えるときに同時に数詞を口から発声したもの

下線のあるものは誤答となった解答である。

ることができる。このように，具体物を用いた解法をする（厳密には，オハジキを用いた解法を示すかまたは指を用いた解法を示すが，指の曲げ伸ばしまではできないので，指使用がオハジキを並べること以上の意味を持たないような段階の）子どもたちの間にも発達段階の差が見られるので，COMPOSITE のレベルを考えると詳細なストラテジーの分類が可能となると考えられる。

註

(1)　４個ないしは５個（あるいは６個）のもの（具体物などの counting unit）を即時に把

握することを subitizing という（Steffe 他，1982)。

参考文献

Bergeron, J. C. and Herscovics, N. (1990) Psychological Aspects of Learning Early Arithmetic. In P. Nesher and J. Kilpatrick (Eds.) Mathematics and Congnition : A Research Synthesis by the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Cambridge University Press, 31-52.

Carpenter, T.P. (1985) Learning to Add and Subtract : An Exercise in Problem Solving. In A. Silver (Ed.) Teaching and Learning Mathematical Problem Solving, LEA, 17-40.

Fuson, C. F. (1982) An Analysis of the Counting-On Solution Procedure in Addition. In T.P. Carpenter, J.M. Moser, and T.A. Romberg (Eds.) Addition and Subtraction : A Cognitive Perspective, LEA, 67-81.

Steffe, L.P., Thompson, P.W., and Richards, J. (1982) Children's Counting in Arithmetical Problem Solving. In T.P. Carpenter, J.M. Moser, and T.A. Romberg (Eds.) Addition and Subtraction : A Cognitive Perspective, LEA, 83-97.

Steffe, L.P. and Cobb, P. (1988) Construction of Arithmetical Meanings and Strategies, Springer.

平井安久（1991）整数の初期段階におけるたし算ストラテジーに関する一考察（II）
—Steffe の Counting Type による分析—，筑波数学教育研究，10，57−66.

(平成 3 年11月15日受理)