

氏名	難波 隆弥		
授与した学位	博士		
専攻分野の名称	理学		
学位授与番号	博甲第	5956	号
学位授与の日付	平成31年 3月25日		
学位授与の要件	自然科学研究科 数理物理学 専攻 (学位規則第4条第1項該当)		
学位論文の題目	Central limit theorems for non-symmetric random walks on covering graphs (被覆グラフ上の非対称ランダムウォークの中心極限定理)		
論文審査委員	教授 清原 一吉	准教授 楠岡誠一郎	教授 河備 浩司 (慶應義塾大学)
学位論文内容の要旨			
<p>無限グラフ上のランダムウォークの長時間挙動の研究は確率論だけではなく、幾何学やグラフ理論、調和解析の観点からも重要な主題となっている。また無限グラフの有する周期性や体積増大度等の幾何学的性質がその上のランダムウォークの長時間挙動に大きく影響を与えることはよく知られている。本学位論文ではこのような幾何学的性質を有するグラフとして被覆グラフを取り上げ、その上の非対称ランダムウォークの長時間挙動、特に中心極限定理について論じた。ねじれない有限生成アーベル群を被覆変換群とする被覆グラフのことを結晶格子とよぶ。結晶格子上の対称ランダムウォークに関しては小谷-砂田による一連の研究がよく知られている。彼らは適当なユークリッド空間への結晶格子の実現を考察し、最も幾何学的に自然な配位を与える「調和実現」の概念を定式化し、この下で中心極限定理が成り立つことを示した。</p> <p>この結果を確率論的観点から見直すとき、ランダムウォークが非対称の場合でも同様の中心極限定理が得られるかは自然な問題意識である。しかし非対称ランダムウォークに関し中心極限定理を示そうとすると、非対称性に由来する発散項が現れるという理由からその証明は困難を極める。この克服のため、申請者はある変分法的手法を援用して結晶格子上の非対称推移確率に対する「ギルサノフ変換」に相当する公式を証明した。この公式を紹介すると元の推移確率を、非対称であるという性質を保ちつつも上記のような発散項が現れなくなる、という性質を持つ別の推移確率へ変換することができる。この変換公式を用いて、結晶格子上の非対称ランダムウォークに関する中心極限定理を示すことに成功した。</p> <p>一方で申請者は被覆変換群が非可換である状況に着目し、ランダムウォークに非対称性、グラフに非可換性を同時に課すといかなる影響がランダムウォークの長時間挙動に現れるか考察した。特に非可換群の中でも基本的なベキ零群を被覆変換群とする被覆グラフ(ベキ零被覆グラフ)上の非対称ランダムウォークの中心極限定理をまず結晶格子の調和実現の拡張概念としてベキ零被覆グラフの、その被覆変換群を格子としてもつベキ零リー群への「修正調和実現」を定義した。この写像を介して「汎関数中心極限定理」とよばれる確率過程としての収束を述べるより強い主張を2種類の異なる手法の下で証明した。その手法を端的に述べると、非対称性からくる発散項の処理のために、一つは通常の推移作用素に発散項を予め引き去る効果を付与したものを用いる手法、もう一方は元の非対称ランダムウォークのある種の摂動を考え、そのパラメータと時空スケールを同時に動かして発散項を弱める手法である。結果として、ベキ零リー群上の2種類の異なる拡散過程を捉えたが、各々のドリフト項にランダムウォークの非対称性及び被覆変換群の非可換性の影響を極めて明示的に得ることができた。</p>			

論文審査結果の要旨

グラフ上のランダムウォークは、確率論、幾何学との境界分野で発展が続いている重要な研究対象であり、近年、砂田利一氏が創始した離散幾何解析なる結晶格子(有限生成アーベル群を被覆変換群とする被覆グラフ)上の幾何解析の理論においてもランダムウォークの長時間漸近挙動が、結晶格子の幾何学的意味付けを与える際に重要な役割を果たしている。その一方で、被覆変換群を有限生成ベキ零群に取り替えた被覆グラフ、いわゆるベキ零被覆グラフ上のランダムウォークの長時間漸近挙動は、離散群論の観点からも非常に重要であるにも関わらず、それほど研究が進んでいなかった研究テーマである。

本博士論文は、結晶格子やベキ零被覆グラフ上の非対称ランダムウォークの長時間漸近挙動のうちの一つである中心極限定理を、離散幾何解析と確率論双方の視点から論じたものである。本論文の第2章は離散幾何解析および確率論の予備知識をまとめている。第3章では、結晶格子上の非対称ランダムウォークに対して、推移確率の変換を用いた新たなアプローチで、近年、石渡-河備-小谷により得られた中心極限定理とは異なるタイプの中心極限定理を証明している。また後半では、これら2つの中心極限定理と確率測度のGirsanov変換の関係についても言及している。第4章以降では、ベキ零被覆グラフ上の非対称ランダムウォークの中心極限定理を論じている。特にランダムウォークの非対称性をあらわすhomological directionなる幾何学的な量がグラフをベキ零Lie群に適切に埋め込んだ時に消滅する繊細な状況の下で、確率過程としての収束を意味する汎関数中心極限定理を示し、被覆変換群の非可換性およびランダムウォークの非対称性が、極限に現われる拡散過程のドリフト項にどう現れ、どういう幾何学的意味を持つのかを明らかにしている。さらに第3章のアプローチのベキ零版を自ら編み出し、この結果の更なる一般化についても論じている。またこの拡散過程とラフパス理論における磁場付きBrownラフパスとの関連性についても言及しており、これら結果は確率論、幾何学にまたがる非常に重要な研究成果であると言える。

論文内容および発表内容を審査し、論文提出者 難波 隆弥 は、博士(理学)の学位を受けるにふさわしい十分な資格があると認める。